کد کنترل
730
A

730A

آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی‌ارشد ناپیوستهٔ داخل ــ سال ۱۴۰۰

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

صبح پنجشنبه

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آمار ــ (کد ۱۲۰۷)

تعداد سؤال: ۱۱۰ — مدت پاسخ‌گویی: ۲۵۵ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شمارهٔ سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شمارهٔ	تا شمارهٔ
۱	زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی)	۳۰	۱	۳۰
۲	دروس پایه (ریاضی عمومی(۱و۲)، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی و مبانی احتمال)	۲۵	۳۱	۵۵
۳	دروس تخصصی ۱ (احتمال(۱و۲)، آمار ریاضی(۱و۲))	۳۲	۵۶	۸۷
۴	دروس تخصصی ۲ (نمونه‌گیری(۱و۲) و رگرسیون ۱)	۲۳	۸۸	۱۱۰

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به‌منزلهٔ عدم حضور شما در جلسهٔ آزمون است.

اینجانب ..... با شمارهٔ داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان‌بودن شمارهٔ صندلی خود را با شمارهٔ داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ‌نامه و دفترچهٔ سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچهٔ سؤالات و پائین پاسخ‌نامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

زبان عمومی و تخصصی (انگلیسی):

PART A: Vocabulary

***Directions**: Choose the word or phrase (1), (2), (3), or (4) that best completes each sentence. Then mark the correct choice on your answer sheet.*

1- **I ---------- the argument because I didn't know enough about the subject.**
1) depicted 2) confronted 3) dropped 4) broached

2- **Because my husband is a ---------- supporter of the high school football team, he donates money to their organization every year.**
1) zealous 2) anomalous 3) receptive 4) successive

3- **Since the journey is ----------, be sure to bring a first-aid kit.**
1) courageous 2) cautious 3) enormous 4) perilous

4- **The writer's stories appeal to a wide range of people—young and old, ---------- and poor, literary and nonliterary.**
1) economical 2) financial 3) affluent 4) elite

5- **His nostalgic ---------- of growing up in a small city are comical, though they are perhaps embellished for comic effect.**
1) impacts 2) accounts 3) entertainments 4) bibliographies

6- **On a chilly night, you might like to curl up by the fireside and ---------- a cup of hot chocolate while reading one of Thurber's books.**
1) imbibe 2) amalgamate 3) relieve 4) fascinate

7- **Although Mr. Jackson was ----------, he attempted to be jovial so that his colleagues at the meeting wouldn't think there was a problem.**
1) unpretentious 2) painstaking 3) apprehensive 4) attentive

8- **Obviously the network is overreacting and engaging in ---------- when they say "55 million people are in danger!" for normal thunderstorms.**
1) distinction 2) exaggeration 3) expectation 4) justification

9- **My high school biology teacher loved to ---------- from science into personal anecdotes about his college adventures.**
1) evolved 2) converted 3) reversed 4) digressed

10- **Landing a plane on an aircraft carrier requires a great deal of ----------, as you can crash if you miss the landing zone by even a little bit.**
1) precision 2) innovation 3) superiority 4) variability

PART B: Cloze Test

***Directions*: Read the following passage and decide which choice (1), (2), (3), or (4) best fits each space. Then mark the correct choice on your answer sheet.**

For some time now, medical scientists have noted an alarming increase in diseases of the heart and circulation among people who smoke cigarettes. (11) ---------- in the bloodstream causes blood vessels to contract, thus (12) ---------- circulation, which eventually leads to hardening of the arteries. (13) ---------- the arteries stiffen, less blood reaches the brain, and the end result of this slowdown is a cerebral hemorrhage, commonly (14) ---------- to as a "stroke". In addition, (15) ---------- reduces the ability of the hemoglobin to release oxygen, resulting in shortness of breath.

11- 1) The presence of tobacco is found
2) The presence of tobacco it is found
3) To be found the presence of tobacco
4) It has been found that the presence of tobacco

12- 1) slows 2) to slow 3) slowing 4) it slows

13- 1) So 2) As 3) Afterwards 4) Due to

14- 1) referred 2) that referred 3) referring 4) it is referred

15- 1) bloodstream's tobacco 2) the tobacco in bloodstream it
3) tobacco in the bloodstream which 4) tobacco in the bloodstream

PART C: Reading Comprehension

***Directions*: Read the following three passages and answer the questions by choosing the best choice (1), (2), (3), or (4). Then mark the correct choice on your answer sheet.**

PASSAGE 1:

The process of digging through data to discover hidden connections and predict future trends has a long history. Sometimes referred to as "knowledge discovery in databases," the term "data mining" wasn't coined until the 1990s. But its foundation comprises three intertwined scientific disciplines: statistics (the numeric study of data relationships), artificial intelligence (human-like intelligence displayed by software and/or machines) and machine learning (algorithms that can learn from data to make predictions). What was old is new again, as data mining technology keeps evolving to keep pace with the limitless potential of big data and affordable computing power.

Over the last decade, advances in processing power and speed have enabled us to move beyond manual, tedious and time-consuming practices to quick, easy and automated data analysis. The more complex the data sets collected, the more potential there is to uncover relevant insights. Retailers, banks, telecommunications providers and insurers, among others, are using data mining to discover relationships among everything from price optimization promotions and demographics to how the economy, risk, competition and social media are affecting their business models, revenues, operations and customer relationships.

16- Which of the following is the best title for the passage?

1) Data Mining History and Current Advances
2) The Limitations of the Concept of Big Data
3) Future Trends in Statistics and Big Data
4) Application of Modern Statistical Procedures

17- Which of the following statements is true?

1) The term data mining was coined prior to the 1990s.
2) Knowledge discovery in databases is a better predictor of future trends than data mining.
3) Knowledge discovery in databases is more or less similar to data mining.
4) The process of digging through data to discover hidden connections is a very new phenomenon.

18- The scientific disciplines forming the foundation of data mining are ----------.

1) statistics, cognitive science, and philosophy
2) mathematics, cognitive science, and philosophy
3) mathematics, cognitive science, and machine learning
4) statistics, artificial intelligence, and machine learning

19- The word "evolving" in paragraph 1 is similar in meaning to ----------.

1) advancing 2) residing 3) adjusting 4) fluctuating

20- The passage refers to all of the following users of data mining EXCEPT ----------.

1) insurers
2) manufacturers
3) retailers
4) telecommunications providers

PASSAGE 2:

Tukey was born on June 16, 1915, in New Bedford, Massachusetts, and was mostly home-schooled as a child. At the age of 18, he entered Brown University and earned his BS and MS in chemistry, thereafter pursuing a PhD at Princeton. Soon after arriving at Princeton, his graduate studies shifted toward mathematics. Tukey's studies focused mostly on pure mathematics, and his thesis, "On Denumerability in Topology," was published as a book in 1940: mathematician Paul Halmos includes that book among the influential books of the period 1888-1988. After earning his PhD, Tukey became Math Instructor at Princeton and two years later Assistant Professor of Mathematics. By then, the US was engaged in World War II, and like many other leading academic institutions at that time, Princeton was involved in research to support the war effort.

The Fire Control Research Office under the direction of Merrill Flood was located in Princeton, and Tukey joined the office as Consultant in 1941. The office worked on practical problems of warfare, and these led to the use of statistics and association with statisticians such as Charlie Winsor, whom Tukey credits with converting his interests toward statistics.

21- Which of the following statements is true?

1) Tukey's thesis was later published as a book.
2) Tukey earned his BS in chemistry at Princeton.
3) Tukey earned his PhD in chemistry at Brown University.
4) Tukey majored in mathematics at Brown University.

22- The passage mentions the names of all of the following people EXCEPT----------.
1) Paul Halmos 2) Charlie Winsor
3) Samuel Wilks 4) Merrill Flood

23- The word "leading" in paragraph 1 is similar in meaning to ----------.
1) informing 2) modern 3) guiding 4) chief

24- The word "converting" in paragraph 2 is similar in meaning to ----------.
1) advocating 2) fulfilling 3) discovering 4) turning

25- What is the function of the second paragraph?
1) It contradicts what was mentioned in the first paragraph.
2) It provides statistical details to support the main idea of the first paragraph.
3) It lends support to what was mentioned in the last sentence of the first paragraph.
4) It provides a number of counterexamples against the argument advanced in the first paragraph.

PASSAGE 3:

Simpson's paradox, named after British statistician Edward H. Simpson (though it had previously been identified by other individuals), refers to the observance of certain trends in a subgroup of a dataset which disappears once these subgroups are combined. In this sense, it can be thought of as unintentional cherry picking.

If we compared batting averages of a pair of professional ballplayers over the full years of their entire careers, you may find some subgroup years in which player A had a higher batting average than player B, perhaps even significantly higher. It is entirely possible, however, that looking at their batting averages over the entirety of their careers could show that player B actually had a higher batting average than player A, perhaps even significantly higher.

If you knew this ahead of time and selectively chose years X, Y, and Z as evidence that player A was a better player, that would be cherry picking. If you were not aware of the aggregate statistic, but chanced upon those individual isolated years and took them as representative of their entire careers—but (hopefully) found out otherwise once looking at the full statistical picture that would be an example of Simpson's Paradox.

26- What does the passage mainly discuss?
1) A type of statistical fallacy
2) A new type of statistical procedure
3) Edward H. Simpson's interest in baseball
4) Modern trends in analyzing subgroups in data

27- Which of the following statements is NOT true about Simpson's paradox?
1) It is a kind of unintentional cherry picking.
2) It is widely used to report sports statistics.
3) It is named after the British statistician Edward H. Simpson.
4) It had previously been identified by other individuals.

28- The word "aggregate" in paragraph 3 is similar in meaning to ----------.
1) true 2) total 3) fake 4) recent

29- The word "their" in paragraph 3 refers to ----------.

1) entire careers
2) isolated years
3) years X, Y, and Z
4) the two players

30- The sentence "An example from baseball can help to illustrate" functions as the ---------- in the passage.

1) last sentence of paragraph 1
2) last sentence of paragraph 2
3) first sentence of paragraph 3
4) last sentence of paragraph 3

دروس پایه (ریاضی عمومی(۱و۲)، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی و مبانی احتمال):

۳۱- تعداد و محل تقریبی ریشه‌های حقیقی معادلهٔ $x(x-1)(x-2)=1$، کدام است؟

۱) تنها یک ریشه در بازهٔ $[0,1]$ دارد.

۲) تنها یک ریشه در بازهٔ $[2,3]$ دارد.

۳) یک ریشه در بازهٔ $[0,1]$ و دو ریشه به ازای $x \geq 2$ دارد.

۴) سه ریشه به ازای $x \geq 2$ دارد.

۳۲- مقدار $\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{(1+\frac{1}{1})(1+\frac{1}{2})\cdots(1+\frac{1}{n})}$ کدام است؟

۱) صفر

۲) e

۳) ۱

۴) $+\infty$

۳۳- فاصلهٔ همگرایی سری تابعی $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2x^{4n}+x^{-4n}+3}{1+x^{2n}+x^{-2n}}$ کدام است؟

۱) $|x|>1$

۲) $0<|x|<1$

۳) همواره واگرا است.

۴) به‌جز $x=0$ همواره همگرا است.

۳۴- معادلهٔ صفحهٔ مماس بر رویه با معادلات پارامتری $z=\sin u$ و $y=\cos u \sin v$، $x=\cos u \cos v$ به‌ازای $u=\frac{\pi}{4}$ و $v=\frac{\pi}{4}$ کدام است؟

۱) $2x+2y+\sqrt{2}z=3$

۲) $x+y+\sqrt{2}z=2$

۳) $2x+2y+\frac{\sqrt{2}}{2}z=\frac{5}{2}$

۴) $x+y+\frac{\sqrt{2}}{2}z=2$

۳۵- حاصل $\int_{۱}^{\infty} \frac{\arctan x}{x^{۲}} dx$ کدام است؟

۱) $\ln ۲$

۲) $\frac{\pi}{۲} + \ln ۲$

۳) $\frac{\pi}{۴} + \ln \sqrt{۲}$

۴) ∞

۳۶- فرض کنید f یک تابع پیوسته و به ازای مقادیر ثابت و مثبت a و b و هر $x \in [۰,۱]$ در $[a,b]$ قرار گیرد. اگر $A = \int_{۰}^{۱} \frac{dx}{f(x)}$ باشد، آن‌گاه کدام رابطه درست است؟

۱) $A \geq \frac{۲}{b} - \frac{۱}{a} \int_{۰}^{۱} f(x)dx$

۲) $A \geq \frac{۲}{a} - \frac{۱}{b} \int_{۰}^{۱} f(x)dx$

۳) $A \leq \frac{۲}{b} - \frac{۱}{ab} \int_{۰}^{۱} f(x)dx$

۴) $A \leq \frac{۲}{a} - \frac{۱}{ab} \int_{۰}^{۱} f(x)dx$

۳۷- حاصل انتگرال $\iint_{D} (x+۱)^{۲} y^{۲} dxdy$ در ناحیهٔ D درون مثلثی با رأس‌های $(۰,۰)$ و $(۱,-۱)$ و $(۱,۱)$، کدام است؟

۱) صفر

۲) $\frac{۴۹}{۹۰}$

۳) ۱

۴) $\frac{۲۳}{۱۸}$

۳۸- انحنای منحنی $r = ۳ + ۲\cos\theta$ در نقطهٔ $(\frac{\pi}{۲}, ۳)$ در مختصات قطبی، کدام است؟

۱) $\frac{۱۷}{۱۳\sqrt{۱۳}}$

۲) $\frac{۱}{\sqrt{۱۳}}$

۳) $\frac{۱۳}{۱۷}$

۴) $\frac{۱۷}{۱۳}$

۳۹- حاصل $\iint_S (yzdydz + zxdzdx + xydxdy)$ که در آن S سطح کره‌ای به مرکز مبدأ مختصات به شعاع واحد است، کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۸}$

۲) $\frac{۴}{۳}$

۳) $\frac{۳}{۴}$

۴) $\frac{۸}{۳}$

۴۰- فرض کنید V حجم ناحیه‌ای باشد که از اطراف به استوانهٔ $r = \cos\theta$، از بالا به مخروط $z = ۱۶ - \sqrt{x^۲ + y^۲}$ و از پایین به صفحه xy محدود است. مقدار V کدام است؟

۱) $۲\pi - \frac{۲}{۹}$

۲) $۲\pi - \frac{۴}{۹}$

۳) $۴\pi - \frac{۲}{۹}$

۴) $۴\pi - \frac{۴}{۹}$

۴۱- مجموعه مقادیر ویژه ماتریس ۳×۳ حقیقی A برابر است با $\{-۱, i, -i\}$. در این‌صورت:

۱) $A^{-۱} = -A^۲ - A - I$

۲) $A^{-۱} = A^۲ - A - I$

۳) $A^{-۱} = A^۲ + A - I$

۴) $A^{-۱} = -A^۲ + A + I$

۴۲ فرض کنید $P_۴$ فضای چندجمله‌ای‌های حداکثر از درجه ۴ باضرایب حقیقی باشد. اگر

$$W = \{f(x) \in P_۴ \mid f(۱) + f(-۱) = ۰ = f(۲) + f(-۲)\}$$

آن‌گاه بعد زیرفضای W برابر است با:

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۴۳- فرض کنید V یک فضای برداری با بعد متناهی روی میدان F و $T : V \to V$ یک عملگر خطی باشد، کدام گزینه نادرست است؟

۱) اگر $\operatorname{Ker} T = \operatorname{Im} T$، آن‌گاه $T^2 = 0$.

۲) اگر $\operatorname{Ker} T = \operatorname{Im} T$، آن‌گاه $\operatorname{Ker}(I + T) = \{0\}$.

۳) اگر $\operatorname{Ker} T = \operatorname{Im} T$، آن‌گاه $\dim_F V$ عددی زوج است.

۴) اگر $T \neq 0, T^2 = 0$ و $\dim_F V$ عددی زوج باشد آن‌گاه $\operatorname{Ker} T = \operatorname{Im} T$.

۴۴- فرض کنید A و B دو ماتریس مربعی با درایه‌های حقیقی باشند به‌طوری‌که $A^2 \neq A$ و $B^2 = 2B$. اگر چندجمله‌ای‌های مشخصه A و B به‌ترتیب برابر باشند با $x(x-1)^2$ و $x^2(x-2)^2$، آنگاه چندجمله‌ای مینیمال ماتریس بلوکی $\begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{bmatrix}$ برابر است با:

۱) $x^3(x-1)^2(x-2)^2$

۲) $x(x-1)(x-2)$

۳) $x(x-1)^2(x-2)$

۴) $x^2(x-1)^2(x-2)^2$

۴۵- فرض کنید A و B دو ماتریس $n \times n$ حقیقی متمایز باشند به‌طوری‌که $AB = BA$. اگر A دارای n مقدار ویژه متمایز باشد، کدام گزینه صحیح است؟

۱) هر مقدار ویژه A، یک مقدار ویژه B است.

۲) هر بردار ویژه A، یک بردار ویژه B است.

۳) حداقل یک بردار ویژه A موجود است که بردار ویژه B نیست.

۴) حداقل یک مقدار ویژه A موجود است که مقدار ویژه B نیست.

۴۶- فرض کنید تابع حقیقی f بر $[0,1]$ پیوسته، بر $(0,1)$ مشتق‌پذیر و حدهای $\lim_{x \to 1} f'(x)$ و $\lim_{x \to 0} f'(x)$ موجود و متناهی باشند. کدام گزینه درست است؟

۱) تابع f' بر $[0,1]$ موجود و یکنواخت پیوسته است.

۲) f' در نقاط 0، 1 موجود است ولی لزوماً پیوسته نیست.

۳) تابع f' بر $[0,1]$ موجود و پیوسته است ولی یکنواخت پیوسته نیست.

۴) f' در نقاط 0، 1 لزوماً موجود نیست.

۴۷- فرض کنید $f : (0,\infty) \to (0,\infty)$ پیوسته باشد و $\int_0^x f(t)dt = 1$. $\lim_{x \to \infty} f(x)$.

اگر $F(x) = \int_0^{ex} f(t)dt$، آنگاه $\lim_{x \to \infty} F(x)$ برابر کدام است؟

۱) 1

۲) c

۳) $\sqrt{2}$

۴) ∞

۴۸- فرض کنید $0<a<b$. دنباله $\{a_n\}$ را با ضابطهٔ $a_n=\begin{cases}a^{n+3} & n \text{ زوج}\\ b^{n+3} & n \text{ فرد}\end{cases}$ تعریف می‌کنیم.

فرض کنید $\alpha=\overline{\lim_{x\to\infty}}\sqrt[n]{a_n}$، $\beta=\underline{\lim_{x\to\infty}}\frac{a_{n+1}}{a_n}$ و $\gamma=\overline{\lim_{x\to\infty}}\frac{a_{n+1}}{a_n}$. کدام گزینه درست است؟

۱) $\alpha=b$، $\beta=0$ و $\gamma=\infty$.

۲) $\alpha=\gamma=b$ و $\beta=0$.

۳) $\alpha=\beta=a$ و $\gamma=b$.

۴) $\alpha=a$، $\beta=0$ و $\gamma=\infty$.

۴۹- فرض کنید سری $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ همگرا و دنباله $\{a_n\}$ نزولی است. کدام سری همگرا است؟

۱) $\sum_{n=1}^{\infty}3^n a_{2^n}$

۲) $\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt[n]{n}\,a_n$

۳) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{\sqrt{n}}a_n$

۴) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_1+a_n}{n}$

۵۰- تابع $f:[-1,1]\to[-1,1]$ مفروض است. پیوستگی کدام تابع بر $[-1,1]$ معادل پیوستگی تابع f بر $[-1,1]$ است؟

۱) $f\circ f$

۲) f^2

۳) f^3

۴) $f\circ f\circ f$

۵۱- از بین اعداد دو رقمی $10,11,\ldots,99$ یک عدد به تصادف انتخاب می‌شود. اگر بدانیم که عدد انتخاب شده زوج است، چقدر احتمال دارد این عدد بر ۳ بخش‌پذیر باشد؟

۱) $\frac{1}{6}$

۲) $\frac{1}{3}$

۳) $\frac{1}{2}$

۴) $\frac{2}{3}$

۵۲- با ارقام $1,2,...,n$، چند عدد k رقمی $(k < n)$ که دارای ارقام تکراری باشند می‌توان ساخت؟

۱) $\frac{n!}{(n-k)!}$

۲) $\frac{n!}{k!(n-k)!}$

۳) $n^k - \frac{n!}{(n-k)!}$

۴) $n^k - \frac{n!}{k!(n-k)!}$

۵۳- تاس A دارای ۴ وجه قرمز و ۲ وجه سفید و تاس B دارای ۴ وجه سفید و ۲ وجه قرمز است. یک سکه را پرتاب می‌کنیم اگر شیر آمد بازی را با تاس A و اگر خط آمد با تاس B انجام می‌دهیم. اگر دو پرتاب اولیه قرمز باشد، احتمال اینکه سومین پرتاب قرمز باشد کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۶}$

۲) $\frac{۲}{۵}$

۳) $\frac{۳}{۶}$

۴) $\frac{۳}{۵}$

۵۴- یک کارخانه قطعات الکتریکی قطعات خود را در بسته‌های ۱۰تایی عرضه می‌کند. قسمت بازرسی این کارخانه ۳ قطعه از یک بسته را به‌طور تصادفی انتخاب می‌کند اگر هر ۳ قطعه سالم باشد آن بسته را روانه بازار می‌کند. حال اگر ۳۰ درصد از بسته‌ها شامل ۴ قطعه خراب و بقیه آن‌ها شامل یک قطعه خراب باشند، چند درصد از بسته‌ها روانه بازار می‌شود؟

۱) ۵۴

۲) ۵۲

۳) ۴۸

۴) ۵۰

۵۵ یک سکه سالم ۲۰ بار پرتاب می‌شود. احتمال پیشامد اینکه حداقل ۳ شیر پشت سرهم باشند برابر ۰/۷۸۷۰ است. همچنین احتمال اینکه حداقل ۳ شیر پشت سرهم باشند یا حداقل ۳ خط پشت سرهم باشند برابر ۰/۹۷۹۱ است. احتمال آمدن حداقل ۳ شیر پشت سرهم و حداقل ۳ خط پشت سرهم چقدر است؟

۱) ۰/۵۹۴۹

۲) ۰/۷۸۷۰

۳) ۰/۸۹۲۱

۴) ۰/۶۰۴۹

دروس تخصصی ۱ (احتمال(۱و۲)، آمار ریاضی(۱و۲)):

۵۶- کیسه‌ای شامل تعدادی تاس است. ۲۰٪ تاس‌ها چهاروجهی، ۵۰٪ آن‌ها شش‌وجهی و ۳۰٪ مابقی هشت‌وجهی است. تمام وجه‌ها شماره‌گذاری شده‌اند. به تصادف تاسی از این کیسه خارج و پرتاب می‌کنیم. اگر X شماره وجه ظاهر شده باشد، $F(X)$ کدام است؟

۱) ۳٫۵

۲) ۳٫۶

۳) ۳٫۷

۴) ۳٫۸

۵۷- فرض کنید $G_X(z)$ تابع مولد احتمال متغیر صحیح و نامنفی X باشد. مقدار احتمال اینکه X مقادیر زوج داشته باشد، کدام است؟

۱) $G_X(-1)+1$

۲) $G_X(-1)-1$

۳) $\frac{1}{2}(G_X(-1)-1)$

۴) $\frac{1}{2}(G_X(-1)+1)$

۵۸- فرض کنید X دارای تابع چگالی $f(x)=k e^{-ax}(1-e^{-ax})I_{(0,\infty)}(x)\ ,\ (a<\ln 2)$ باشد. $P(X>1)$، کدام است؟ ($I_{(.)}(x)$ تابع نشانگر است.)

۱) $2e^{-a}-e^{-2a}$

۲) $\frac{1}{2a}(2e^{-a}-e^{-2a})$

۳) $2e^{-2a}-e^{-a}$

۴) $\frac{1}{2a}(2e^{-2a}-e^{-a})$

۵۹- تجارب گذشته نشان می‌دهد که ۲۰٪ مسافرین یک قطار بلیت خود را پس می‌گیرند. اگر امروز ۲۲۵ نفر بلیط گرفته باشند، آن‌گاه تقریباً چقدر احتمال دارد که حداکثر ۶۰٪ آن‌ها بلیط خود را پس نگیرند؟

۱) صفر

۲) ۰٫۵

۳) ۰٫۷۵

۴) ۱

۶۰- یک تاس سالم ۲ بار به‌طور مستقل پرتاب می‌شود. اگر متغیر تصادفی X نشان‌دهنده تفاضل اعداد مشاهده‌شده دو پرتاب باشد، گشتاور دوم X کدام است؟

۱) $\frac{35}{12}$

۲) $\frac{35}{6}$

۳) $\frac{91}{12}$

۴) $\frac{91}{6}$

۶۱- اگر $X \sim U(0,1)$، امید ریاضی و چارک اول توزیع تصادفی $Y = \frac{X}{1+X}$، به‌ترتیب کدامند؟

۱) $1 - \ln 3, \frac{1}{5}$

۲) $1 - \ln 2, \frac{3}{7}$

۳) $1 - \ln 2, \frac{1}{5}$

۴) $1 - \ln 3, \frac{3}{7}$

۶۲- فرض کنید X، Y دو متغیر تصادفی مستقل باشند که $X \sim B(5, \frac{1}{3})$ و $Y \sim B(10, \frac{2}{3})$ است. $P(X = Y)$، کدام است؟

۱) $\binom{20}{5}\left(\frac{2}{3}\right)^5\left(\frac{1}{3}\right)^{15}$

۲) $\binom{15}{5}\left(\frac{2}{3}\right)^{10}\left(\frac{1}{3}\right)^5$

۳) $\binom{20}{5}\left(\frac{1}{3}\right)^5\left(\frac{2}{3}\right)^{15}$

۴) $\binom{15}{5}\left(\frac{1}{3}\right)^{10}\left(\frac{2}{3}\right)^5$

۶۳- فرض کنید X_4, X_3, X_2, X_1 یک نمونه تصادفی ۴ تایی از توزیع $U(0,1)$ باشد به‌طوری‌که $X_{(1)}$ کوچکترین و $X_{(4)}$ بزرگترین آمارهٔ ترتیبی باشد، مقدار $P(X_{(1)} + X_{(4)} \leq 1)$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{4}$

۲) $\frac{1}{3}$

۳) $\frac{1}{2}$

۴) $\frac{2}{3}$

۶۴- آزمون زبانی در اول هر ماه برگزار می‌شود، شانس موفقیت برای هر دانشجو در این آزمون p است. اگر n نفر به‌طور هم‌زمان در این امتحانات شرکت کنند، احتمال اینکه اولین دانشجوی موفق، حداکثر ۴ بار امتحان داده باشد، کدام است؟

۱) q^{4n}

۲) q^{5n}

۳) $1 - q^{4n}$

۴) $1 - q^{5n}$

۶۵- اگر $(X,Y) \sim N_{۲}(۵,۵,۲۵,۲۵,۰)$، آن‌گاه $P\left[X^{۲}+Y^{۲}-۱۰(X+Y)>۲۵\right]$، کدام است؟

۱) $e^{-۱}$

۲) $e^{-\frac{۳}{۲}}$

۳) $e^{-۲}$

۴) $e^{-\frac{۱}{۲}}$

۶۶- تابع مولد گشتاورهای سه متغیر تصادفی $X_{۱},X_{۲},X_{۳}$ به‌صورت زیر است. مقدار $E(X_{۱} \mid X_{۲}=۳)$، کدام است؟

$$M_{X_{۱},X_{۲},X_{۳}}(t_{۱},t_{۲},t_{۳})=\left[\frac{۱}{۹}e^{t_{۱}}+\frac{۲}{۹}e^{t_{۲}}+\frac{۳}{۹}e^{t_{۳}}+\frac{۱}{۳}\right]^{۱۰}$$

۱) $\frac{۷}{۹}$

۲) ۱

۳) $\frac{۱۰}{۹}$

۴) ۲

۶۷- فرض کنید X,Y دو متغیر تصادفی از توزیع نرمال دومتغیره باشند، به‌طوری که $E(Y|X=x)=۴x+۳$ ، $E(X|Y=y)=\frac{۱}{۱۶}y-۳$ ، $Var(X)=۱$. مقدار $E\left(Var(Y|X=x)\right)$ کدام است؟

۱) ۴۸

۲) ۶۴

۳) $\frac{۱}{۶۴}$

۴) ۱۶

۶۸- فرض کنید $X_{۱},X_{۲}$ یک نمونه تصادفی از توزیع نرمال استاندارد و U مستقل از $X_{۲}$ و $X_{۱}$ دارای توزیع یکنواخت روی بازهٔ $[۰,۱]$ باشد و $Z=UX_{۱}+(۱-U)X_{۲}$. $Var(Z)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$

۲) $\frac{۱}{۳}$

۳) $\frac{۱}{۲}$

۴) $\frac{۲}{۳}$

۶۹- فرض کنید X یک متغیر تصادفی حقیقی مقدار مثبت $(\mathbb{R}^+)$ و $E(X^۲)<\infty$ باشد، در این‌صورت به ازای هر $۰<a<۱$ کدام گزینه نادرست است؟

۱) $(۱-a)E(X)\le E(XI_{\{X\ge aE(X)\}})$

۲) $P(X\ge aE(X))\ge (۱-a)^۲\frac{E^۲(X)}{E(X^۲)}$

۳) $E(X)\le E(XI_{\{X>aE(X)\}})$

۴) $P(X\ge aE(X))\le \frac{E(X^۲)}{a^۲E^۲(X)}$

۷۰- فرض کنید $X\sim U(۰,۱)$، $Y=\begin{cases}۱ & X\ge a\\ ۰ & X<a\end{cases}$. ماکسیمم مقدار ضریب همبستگی X و Y کدام است؟

۱) ۱

۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۴}$

۳) $\frac{۱}{۲}$

۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۷۱- فرض کنید $X_۱,\dots,X_n$ یک نمونه تصادفی nتایی از تابع توزیع $F(x)=۱-x^{-۲}$, $x>۱$ باشد، توزیع حدی $Y_n=\frac{۱}{\sqrt{n}}X_{(n)}$ که در آن $X_{(n)}$ بزرگترین آماره ترتیبی می‌باشد، کدام است؟

۱) $F_Y(y)=e^{-\frac{۱}{y^۲}}$, $y>۰$

۲) $F_Y(y)=۱-\frac{۱}{y}$, $y\ge ۱$

۳) $F_Y(y)=۱-e^{-y}$, $y\ge ۰$

۴) تباهیده در نقطه ۱

۷۲- اگر X یک تک مشاهده از توزیعی با تابع احتمال زیر باشد:

$$f(x)=\frac{e^{-\lambda}\lambda^x/x!}{۱-e^{-\lambda}}\ ,\ \lambda>۰\ ,\ x=۱,۲,۳,\dots$$

کدام برآوردگر برای $۱-e^{-\lambda}$ نااریب است؟ ($I_{(.)}(X)$ تابع نشانگر است.)

۱) $۲-۲I_{\{۱,۳,۵,\dots\}}(X)$

۲) $۲(۱-e^{-X})$

۳) $۲-۲I_{\{۲,۴,۶,\dots\}}(X)$

۴) $۱-e^{-X}$

۷۳- فرض کنید $X_1,\dots,X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع احتمال زیر باشد:

$$f_\theta(x)=\begin{cases}\theta & x=-1\\ (1-\theta)^2\theta^x & x=0,1,2,\dots\end{cases}\qquad (0<\theta<1)$$

برآورد گشتاوری θ کدام است؟ ($\overline{X^2}=\frac{1}{n}\sum X_i^2$ ، $I_{(.)}(X)$ تابع نشانگر است.)

۱) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} I_{\{-1\}}(X_i)$

۲) $\frac{\overline{X}}{1+\overline{X}}$

۳) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i\, I_{\{0,1,2,\dots\}}(X_i)$

۴) $\frac{\overline{X^2}}{2+\overline{X^2}}$

۷۴- اگر $X_1,X_2,\dots,X_n$ یک نمونه تصادفی n تایی از توزیعی با تابع چگالی زیر باشد:

$$f_\theta(x)=\theta e^{-x}\left(1-e^{-x}\right)^{\theta-1}\quad ,\quad x>0\ ,\ \theta>0$$

MLE پارامتر $e^{-\theta}$ کدام است؟

۱) $\sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n}\left(1-e^{-X_i}\right)}$

۲) $\prod_{i=1}^{n} e^{-X_i}$

۳) $\prod_{i=1}^{n}\left(1-e^{X_i}\right)$

۴) $\sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} e^{X_i}}$

۷۵- فرض کنید $X_1,\dots,X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیع $N(0,\sigma^2)$ باشد و قرار دهید $\overline{X^2}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$ و $S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2$، در این‌صورت $\mathrm{Cov}\left(S^2,\overline{X^2}\right)$ کدام است؟

۱) $\frac{2\sigma^4}{n}$

۲) $\frac{3\sigma^4}{n}$

۳) $\frac{2\sigma^2}{n}$

۴) $\frac{3\sigma^2}{n}$

۷۶ فرض کنید $X_1,\dots,X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیع نمایی با میانگین $\theta(\theta>0)$ باشد، امید ریاضی $\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} i X_i}{\sum_{i=1}^{n} X_i}\right)^2$ کدام است؟

۱) $\frac{7n^2+3n+2}{12}$

۲) $\frac{3n^2+7n+2}{12}$

۳) $\frac{7n^2+3n+2}{6}$

۴) $\frac{3n^2+7n+2}{6}$

۷۷ فرض کنید $X_1,X_2,\dots,X_{10}$ نمونه‌ای تصادفی از توزیع یکنواخت با تابع چگالی احتمال زیر است.

$$f_\theta(x)=\begin{cases}\frac{1}{\theta} & 0<x<\theta\ ,\ \theta>1\\ 0 & \text{جاهای دیگر}\end{cases}$$

اگر $Y=\text{Max}\{X_1,\dots,X_{10}\}$، آنگاه کدام گزاره درست است؟

۱) Y آمارهٔ بسنده و کامل است.

۲) Y آمارهٔ بسنده ولی کامل نیست.

۳) Y آمارهٔ کامل ولی بسنده نیست.

۴) Y آمارهٔ بسنده و کامل نیست.

۷۸- فرض کنید برای $1\le i\le n$ متغیرهای تصادفی X_i از یکدیگر مستقل بوده و دارای توزیع پواسن با میانگین $i\theta$ باشند. آماره بسنده مینیمال برای θ کدام است؟

۱) $\sum_{i=1}^{n} X_i$

۲) $\sum_{i=1}^{n} i X_i$

۳) $\sum_{i=1}^{n} i \ln X_i$

۴) $\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\ ,\ \sum_{i=1}^{n} iX_i\right)$

۷۹ فرض کنید $X_1,\dots,X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیع $N(\mu,1)$ باشد. در این‌صورت UMVUE پارامتر μ^3، کدام است؟

۱) $\bar{X}^3+\frac{3\bar{X}}{n}$

۲) $\bar{X}^3-\frac{3\bar{X}^2}{n}$

۳) $\bar{X}^3+\frac{3\bar{X}^2}{n}$

۴) $\bar{X}^3-\frac{3\bar{X}}{n}$

۸۰- اگر X_1,X_2,X_3 نمونه‌ای تصادفی از توزیع $U\left(\frac{1}{9},\theta\right)$ باشد، فاصله اطمینان ۹۹/۹٪ برای θ کدام است؟

۱) $\left(X_{(3)}-1,10X_{(3)}\right)$

۲) $\left(X_{(3)},9X_{(3)}-1\right)$

۳) $\left(X_{(3)},10X_{(3)}-1\right)$

۴) $\left(X_{(3)}-1,9X_{(3)}\right)$

۸۱- اگر $X_1,\dots,X_n$ نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد، براساس آماره بسنده مینیمال، یک فاصله اطمینان در سطح $(1-\alpha)$ برای θ کدام است؟($X_{(1)}$ اولین آماره ترتیبی است.)

$$f_\theta(x)\begin{cases}\frac{2\theta^2}{x^3} & \theta<x\\ 0 & \text{سایر جاها}\end{cases}$$

۱) $\left(\frac{(\frac{\alpha}{2})^{\frac{1}{n}}}{X_{(1)}},\frac{(1-\frac{\alpha}{2})^{\frac{1}{n}}}{X_{(1)}}\right)$

۲) $\left((\frac{\alpha}{2})^{\frac{1}{n}}X_{(1)},(1-\frac{\alpha}{2})^{\frac{1}{n}}X_{(1)}\right)$

۳) $\left(\frac{(\frac{\alpha}{2})^{\frac{1}{2n}}}{X_{(1)}},\frac{(1-\frac{\alpha}{2})^{\frac{1}{2n}}}{X_{(1)}}\right)$

۴) $\left((\frac{\alpha}{2})^{\frac{1}{2n}}X_{(1)},(1-\frac{\alpha}{2})^{\frac{1}{2n}}X_{(1)}\right)$

۸۲- فرض کنید X یک تک مشاهده از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد:

$$f_\theta(x)=1-\theta^2\left(x-\frac{1}{2}\right) \quad 0<x<1\ ,\ -1<\theta<1$$

ناحیه رد آزمون نسبت درستنمایی $H_0:\theta=0$ در مقابل $H_1:\theta\neq 0$ برای هر α ی کوچک، کدام است؟

۱) $\left\{\left|x-\frac{1}{2}<\alpha\right.\right\}$

۲) $\{x<\alpha\}$

۳) $\{x>\alpha\}$

۴) $\left\{\left|x-\frac{1}{2}>\alpha\right.\right\}$

۸۳- فرض کنید X یک متغیر تصادفی با تابع چگالی احتمال $f(x)$ باشد. دوتابع چگالی $f_0(x)$ و $f_1(x)$ را به شکل زیر در نظر می‌گیریم.

$$f_0(x)=\begin{cases}\frac{3}{64}x^2 & 0<x<4\\ 0 & \text{سایر جاها}\end{cases}$$

$$f_1(x)=\begin{cases}\frac{3}{16}\sqrt{x} & 0<x<4\\ 0 & \text{سایر جاها}\end{cases}$$

اگر c نقطهٔ بحرانی پرتوان‌ترین آزمون (MPT) آزمون $H_0:f(x)=f_0(x)$ در مقابل $H_1:f(x)=f_1(x)$ باشد، توان این آزمون کدام است؟

۱) $\left(\frac{1}{64}c^3\right)^{\frac{1}{2}}$

۲) $\left(\frac{1}{16}c^3\right)^{\frac{1}{2}}$

۳) $\frac{1}{64}c^3$

۴) $\frac{1}{16}c^3$

۸۴- فرض کنید X نمونه‌ای از توزیع گسستهٔ P_θ باشد که در آن $\theta \in \{\theta_0, \theta_1\}$. می‌خواهیم آزمون $H_0 : \theta = \theta_0$ در مقابل $H_1 : \theta = \theta_1$ را انجام دهیم. تواناترین آزمون در سطح ۰/۰۵ کدام است؟

P_θ \ x	۰	۱	۲	۳	۴
P_{θ_0}	۰/۰۱	۰/۰۲	۰/۰۳	۰/۵	۰/۴۴
P_{θ_1}	۰/۰۲	۰/۱	۰/۵۱	۰/۳	۰/۰۷

۱) $\phi(x) = \begin{cases} ۰/۱ & x = ۳ \\ ۰ & x = ۰,۱,۲,۳ \end{cases}$

۲) $\phi(x) = \begin{cases} ۱ & x = ۰,۱ \\ ۰/۰۴ & x = ۳ \\ ۰ & x = ۱.۴ \end{cases}$

۳) $\phi(x) = \begin{cases} ۱ & x = ۲ \\ ۰/۰۴ & x = ۳ \\ ۰ & x = ۰,۱,۴ \end{cases}$

۴) $\phi(x) = \begin{cases} ۱ & x = ۱,۲ \\ ۰ & x = ۰,۳,۴ \end{cases}$

۸۵- فرض کنید $f_\theta(x)$ تابع چگالی احتمال توزیع $N(\theta,1)$ باشد و $0 \le p \le 1$ ، $g_p(x) = pf_1(x) + (1-p)f_0(x)$.
در آزمون $H_0 : p = 0$ در مقابل $H_1 : p > 0$، براساس تک مشاهده x، ناحیه بحرانی پرتوان‌ترین آزمون یکنواخت(UMP) به اندازهٔ α برابر کدام است؟ $\left(P(Z \le z_\alpha) = \alpha\right)$

۱) $x > z_{1-\alpha}$

۲) $x < z_{1-\alpha}$

۳) $x > z_\alpha$

۴) $x < z_\alpha$

۸۶ فرض کنید $X_1, X_2, \ldots, X_n$ نمونه‌ای تصادفی از تابع چگالی احتمال زیر باشد:

$f_\theta(x) = \theta^2 x e^{-\theta x}$ ، $x > 0$ ، $\theta > 0$

برای آزمون فرض $H_0 : \theta \le \theta_0$ در مقابل $H_1 : \theta > \theta_0$، ناحیه قبول آزمون UMP، در سطح معنی‌داری α برای اندازه نمونه‌های بزرگ کدام است؟ $\left(\Phi(z_\alpha) = \alpha\right)$

۱) $\bar{X} \ge \frac{2n + z_\alpha \sqrt{2}}{n\theta_0}$

۲) $\bar{X} \ge \frac{2\sqrt{n} + z_\alpha}{\sqrt{n}\,\theta_0}$

۳) $\bar{X} \ge \frac{2\sqrt{n} + z_\alpha \sqrt{2}}{\sqrt{n}\,\theta_0}$

۴) $\bar{X} \ge \frac{2n + z_\alpha}{n\theta_0}$

۸۷- فرض کنید برای $i=1,2,\ldots,n$ ، $X_i \sim N(i\mu,1)$ و X_i ها از هم مستقل باشند. برای آزمون $H_0: \mu \le 0$ در مقابل $H_1: \mu > 0$ به‌طور یکنواخت پرتوان‌ترین آزمون در سطح α کدام است؟ $\left(P(Z > z_\alpha) = \alpha\right)$

۱)
$$\varphi(T) = \begin{cases} 1 & T = \sum_{i=1}^{n} iX_i > z_\alpha \sum_{i=1}^{n} i^2 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

۲)
$$\varphi(T) = \begin{cases} 1 & T = \sum_{i=1}^{n} iX_i > z_\alpha \sqrt{\sum_{i=1}^{n} i^2} \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

۳)
$$\varphi(T) = \begin{cases} 1 & T = \sum_{i=1}^{n} iX_i > \dfrac{z_\alpha}{\sum_{i=1}^{n} i^2} \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

۴)
$$\varphi(T) = \begin{cases} 1 & T = \sum_{i=1}^{n} iX_i > \dfrac{z_\alpha}{\sqrt{\sum_{j=1}^{n} i^2}} \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

دروس تخصصی ۲ (نمونه‌گیری(۱و۲) و رگرسیون ۱):

۸۸ $SRSWR_m$ را به عنوان یک طرح نمونه‌گیری تصادفی ساده بدون جایگذاری به حجم m در نظر بگیرید. کدام‌یک از طرح‌های زیر یک طرح $SRSWR_n$ نیست؟ (اندازه جامعه N)

۱) یک $SRSWR_{n_1}$ از جامعه گرفته، سپس به جامعه بازگردانده می‌شود و مستقل از آن یک $SRSWR_{n_2}$ از جامعه می‌گیریم $(n = n_1 + n_2)$ و دو نمونه را به عنوان یک نمونه درنظر می‌گیریم.

۲) یک $SRSWR_{N-n}$ گرفته و n عضو باقیمانده را به عنوان نمونه نهایی درنظر می‌گیریم.

۳) ابتدا یک $SRSWR_{n^*}$ از جامعه گرفته $(n^* > n)$ و سپس یک $SRSWR_n$ از داخل آن می‌گیریم.

۴) یک $SRSWR_{n_1}$ از جامعه گرفته و از باقیمانده جمعیت $(N - n_1$ عضوی) یک $SRSWR_{n_2}$ می‌گیریم $(n = n_1 + n_2)$ و دو نمونه را به عنوان یک نمونه درنظر می‌گیریم.

۸۹- در نمونه‌گیری تصادفی ساده بدون جایگذاری به حجم n از جامعه‌ای به حجم N، اگر حجم نمونه را دو برابر کنیم آن‌گاه کارآیی برآوردگر نااریب نسبت جامعه ۳ برابر می‌شود. در این صورت کسر نمونه‌گیری $\left(\frac{n}{N}\right)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$

۲) $\frac{۱}{۴}$

۳) $\frac{۱}{۶}$

۴) $\frac{۱}{۱۲}$

۹۰- اگر در جامعه‌ای به حجم N دقت نسبی نمونه‌گیری تصادفی ساده با جایگذاری نسبت به نمونه‌گیری تصادفی ساده بدون جایگذاری در برآورد تعداد کل اعضای جامعه برابر با a و $a > ۱$ باشد، برآورد حجم نمونه کدام است؟

۱) $(۱-a)N-a$

۲) $(۱-a)N+a$

۳) $aN-(۱-a)$

۴) $aN+(۱-a)$

۹۱- در نمونه‌گیری تصادفی سادهٔ بدون جایگذاری از جامعه‌ای به حجم $N=۱۵$، چقدر احتمال دارد در یک نمونه $n=۱۰$ تایی واحدهای اول و دوم جامعه در نمونه انتخاب شوند به شرط آنکه بدانیم واحد سوم جامعه در نمونه قرار نمی‌گیرد؟

۱) $\frac{۴۵}{۹۱}$

۲) $\frac{۴۵}{۱۰۵}$

۳) $\frac{۴۶}{۹۱}$

۴) $\frac{۴۶}{۱۰۵}$

۹۲- جامعه‌ای شامل ۱۰۰۰ نفر در قالب ۲۵۰ خانوار و هر خانوار دارای یک سرپرست می‌باشد. به طور تصادفی ساده با جایگذاری ۲ نفر از جامعه انتخاب و از فرد انتخاب‌شده تعداد اعضای خانوار، سن سرپرست و مجموع سن افراد خانوار وی سوال شده است. داده‌ها در جدول زیر آمده است. برآوردگر نااریب میانگین سن افراد جامعه و میانگین سن سرپرستان به‌ترتیب کدامند؟

مجموع سن اعضای خانوار	سن سرپرست	تعداد اعضای خانوار
۲۱۰	۸۴	۷
۱۸۰	۶۰	۵

۱) ۳۶ و ۷۷ ۲) ۳۶ و ۴۸ ۳) ۳۳ و ۷۷ ۴) ۳۳ و ۴۸

۹۳- از جامعه‌ای متناهی شامل N عنصر، یک نمونه تصادفی ساده بدون جایگذاری به حجم n_1 انتخاب و میانگین نمونه را با $\bar{x}_{s_1}$ نشان می‌دهیم. سپس یک نمونهٔ تصادفی ساده به حجم n_2 $(n_2 < n_1)$ به روش بدون جایگذاری از نمونه اولیه انتخاب و میانگین نمونه را با $\bar{x}_{s_2}$ نشان می‌دهیم. در این صورت $Cov(\bar{x}_{s_1}, \bar{x}_{s_2})$ کدام است؟

۱) $(1-\frac{n_2}{N})\frac{S^2}{n_2}$

۲) $(1-\frac{n_2}{N})\frac{S^2}{n_1}$

۳) $(1-\frac{n_1}{N})\frac{S^2}{n_1}$

۴) $(1-\frac{n_1}{N})\frac{S^2}{n_2}$

۹۴- در جامعه‌ای شامل ۳ طبقه، اگر حجم نمونه بهینه و حجم نمونه متناسب برای طبقه اول یکسان باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟ (هزینه نمونه‌گیری برای هر واحد در تمام طبقات یکسان است و W_i وزن طبقه i ام جامعه است.)

۱) $W_3S_3 = W_1S_1 + W_2S_2$

۲) $W_2S_2 = W_1S_1 + W_3S_3$

۳) $S_1 = S_2 + \frac{W_2}{1-W_1}(S_2 - S_3)$

۴) $S_1 = S_3 + \frac{W_2}{1-W_1}(S_2 - S_3)$

۹۵- در یک نمونه‌گیری با طبقه‌بندی تابع هزینه به صورت $C = \sum_{i=1}^{2} c_i n_i$ است. n_i حجم نمونه در طبقه i و c_i هزینه تهیه یک واحد نمونه در طبقه i است. اگر w_i و p_i به ترتیب وزن و نسبت صفت مورد نظر در طبقه i باشد داریم:

طبقه i ام	w_i	p_i	c_i
۱	۰/۴	۰/۵	۱۰۰
۲	۰/۶	۰/۵	۴۰۰

اگر n حجم کل نمونه باشد در این صورت برای واریانس تثبیت شده برآورد نسبت جامعه، مقدار هزینهٔ کل C کمینه است هرگاه $\frac{n_1}{n}$ برابر کدام مقدار باشد؟

۱) $\frac{3}{7}$

۲) $\frac{4}{7}$

۳) $\frac{4}{8}$

۴) $\frac{3}{8}$

۹۶- جامعه‌ای با ۴ خوشهٔ با حجم یکسان ۱۰ به شرح زیر را در نظر بگیرید:

شماره خوشه	۱	۲	۳	۴
میانگین خوشه $(\bar{Y}_{i.})$	۲	۴	۱	۱
واریانس خوشه (S_i^2)	۱	۲/۱	۳/۹	۱

اگر برای برآورد میانگین جامعه ۲ خوشه به تصادف انتخاب شوند و سپس از هر خوشه ۵ نمونه انتخاب گردد واریانس برآورد میانگین جامعه کدام است؟

۱) ۰/۴

۲) ۰/۵

۳) ۰/۶

۴) ۰/۷

۹۷- در یک نمونه‌گیری به روش سیستماتیک از جامعه‌ای به حجم ۲۱ نمونه‌ای به حجم ۵ استخراج کرده‌ایم. اگر مجموع مقادیر نمونه به‌دست آمده برابر ۲۵ باشد، برآوردگر نااریب میانگین جامعه کدام است؟

۱) $\frac{۱۰۰}{۲۱}$

۲) $\frac{۱۰۱}{۲۰}$

۳) $\frac{۱۰۰}{۲۰}$

۴) $\frac{۱۰۱}{۲۱}$

۹۸- در یک نمونه سیستماتیک $(N = nk)$ می‌دانیم حجم جامعه برابر ۲۰ و گام سیستماتیک برابر ۵ است. اگر عناصر نمونه سیستماتیک ۴ و ۱ و ۲ و ۵ باشند در مورد برآورد واریانس برآوردگر نااریب میانگین جامعه و اریبی آن کدام گزینه صحیح است؟

۱) $(\frac{۲}{۳}$، نااریب)

۲) $(\frac{۵}{۶}$، اریب)

۳) $(\frac{۲}{۳}$، اریب)

۴) $(\frac{۵}{۶}$، نااریب)

۹۹- فرض کنید y صفت اصلی و x صفت کمکی در یک جامعه باشد. برای برآورد $R_N = \frac{\bar{y}_N}{\bar{x}_N}$ از مقدار نمونه‌ای $R_n = \frac{\bar{y}_n}{\bar{x}_n}$ استفاده می‌شود. تحت چه شرایطی R_n برآورد نااریب R_N خواهد بود؟

۱) اگر R_n و $\bar{x}_n$ ناهمبسته باشند.

۲) اگر R_n و $\bar{y}_n$ ناهمبسته باشند.

۳) اگر $\bar{x}_n$ و $\bar{y}_n$ هر دو به‌ترتیب برآورد نااریب $\bar{x}_N$ و $\bar{y}_N$ باشند.

۴) اگر $\bar{x}_n$ و $\bar{y}_n$ ناهمبسته و هر دو به‌ترتیب برآورد نااریب $\bar{x}_N$ و $\bar{y}_N$ باشند.

۱۰۰- در نمونه‌گیری طبقه‌ای درصورتی‌که میانگین معمولی همه مشاهدات را به‌عنوان برآوردگر میانگین جامعه درنظر بگیریم، آن‌گاه این برآوردگر در چه شرایطی ناااریب است؟

۱) فقط اگر کسر نمونه‌گیری در همه طبقات برابر باشد.

۲) اگر تخصیص برابر باشد یا کسر نمونه‌گیری در همه طبقات برابر باشد.

۳) فقط اگر میانگین طبقات جامعه با یکدیگر برابر باشند.

۴) اگر تخصیص متناسب باشد یا میانگین طبقات جامعه با یکدیگر برابر باشد.

۱۰۱- مطالعه‌ای در خصوص عوامل مؤثر بر اندازه منزل مسکونی در یک منطقه انجام و متغیرهای مستقل مورد استفاده عبارتند از درآمد خانواده (Income X۱)، اندازه خانواده (Size X۲) و میزان تحصیلات سرپرست خانواده (School X۳). نتیجه در جدول زیر آمده است. براساس این جدول مدل برازش شده مناسب کدام است؟

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value
Intercept	−۱٫۶۳۳۵	۵٫۸۰۷۸	−۰٫۲۸۱	۰٫۷۷۹۸
Income	۰٫۴۴۸۵	۰٫۱۱۳۷	۳٫۹۵۵	۰٫۰۰۰۳
Size	۴٫۲۶۱۵	۰٫۸۰۶۲	۵٫۲۸۶	۰٫۰۰۰۱
School	−۰٫۶۵۱۷	۰٫۴۳۱۹	−۱٫۵۰۹	۰٫۱۳۸۳

۱) $\hat{y} = ۰٫۴۴۸۵X۱ + ۴٫۲۶۱۵X۲$

۲) $\hat{y} = ۰٫۴۴۸۵X۱ + ۴٫۲۶۱۵X۲ - ۰٫۶۵۱۷X۳$

۳) $\hat{y} = -۱٫۶۳۳۵ + ۰٫۴۴۸۵X۱ + ۴٫۲۶۱۵X۲$

۴) $\hat{y} = -۱٫۶۳۳۵ + ۰٫۴۴۸۵X۱ + ۴٫۲۶۱۵X۲ - ۰٫۶۵۱۷X۳$

۱۰۲- در مدل رگرسیونی با ۳ متغیر مستقل اگر فرض $H_۰ : \beta_۱ = \beta_۲ = \beta_۳ = ۰$ رد شود، نتیجه می‌گیریم که:

۱) هر سه متغیر مستقل دارای شیب صفر هستند.

۲) بین متغیر وابسته و تمامی متغیرهای مستقل رابطه خطی معنی‌دار وجود دارد.

۳) بین متغیر وابسته و متغیرهای مستقل رابطه خطی معنی‌دار وجود ندارد.

۴) بین متغیر وابسته و حداقل یکی از متغیرهای مستقل رابطه خطی معنی‌دار وجود دارد.

۱۰۳- مدل رگرسیونی $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i (i = ۱,...,۶)$ را در نظر بگیرید. فرض کنید $\hat{y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta} x_i$ که در آن $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ برآوردگرهای کمترین توان‌های دوم خطای α و β هستند. اگر $\sum_{i=۱}^{۶} y_i(\hat{y}_i - \bar{y}) = ۱۰٫۸$ و مقدار آماره آزمون معناداری شیب خط رگرسیون برابر ۶ باشد، آنگاه مجموع مربعات کل (SST) مدل رگرسیون کدام است؟

۱) ۱٫۲

۲) ۱۲

۳) ۹

۴) ۱۰

۱۰۴- مدل رگرسیونی $\hat{y}_i = ۱+۰/۵x_i (i = ۱,...,۱۰)$ را به روش کمترین توان‌های دوم خطا برازش داده‌ایم. اگر $\sum_{i=۱}^{۱۰} y_i = ۱۵$ و $\sum_{i=۱}^{۱۰} \hat{y}_i^۲ = ۴۲/۵$، آنگاه درایه قطری ماتریس برازش (H) در نقطه $x_i = ۳$ کدام است؟

۱) ۰/۱

۲) ۰/۵

۳) ۰/۱۵

۴) ۰/۸۵

۱۰۵- اگر در یک مدل رگرسیونی شامل عرض از مبدا و ۵ متغیر مستقل و ۳۰ مشاهده، بخواهیم آزمون فرض $H_۰ : \beta_۳ = \beta_۴ = \beta_۵$ را انجام دهیم، درجات آزادی برای صورت و مخرج آماره F کدام است؟

۱) ۳ و ۲۴ درجه آزادی

۲) ۲ و ۲۴ درجه آزادی

۳) ۳ و ۲۵ درجه آزادی

۴) ۲ و ۲۵ درجه آزادی

۱۰۶- در روش رگرسیون گام به گام، چنانچه متغیرهای مستقل $X_۱$، $X_۲$، $X_۴$ در مدل وجود داشته باشند و $F_{۰/۲۵}(۱,۹) = ۱/۵۱$ و اطلاعات زیر موجود باشد:

$$F^* = \frac{MSR(b_۱ | b_۲, b_۴)}{MSE(b_۱, b_۲, b_۴)} = ۱۴۲/۴۸$$

$$F^* = \frac{MSR(b_۲ | b_۱, b_۴)}{MSE(b_۱, b_۲, b_۴)} = ۴/۷۷$$

$$F^* = \frac{MSR(b_۴ | b_۱, b_۲)}{MSE(b_۱, b_۲, b_۴)} = ۱/۷۶$$

کدام متغیر مستقل باید حذف گردد؟

۱) $X_۱$

۲) $X_۲$

۳) $X_۴$

۴) هیچ‌کدام

۱۰۷- در نخستین مرحله انتخاب مدل رگرسیونی به روش گام به گام داریم:

$$F^* = \frac{MSR(b_۱)}{MSE(b_۱)} = ۱۲/۳۴ \quad و \quad F^* = \frac{MSR(b_۲)}{MSE(b_۲)} = ۲۲/۲۹$$

$$F^* = \frac{MSR(b_۳)}{MSE(b_۳)} = ۴/۳۶ \quad و \quad F^* = \frac{MSR(b_۴)}{MSE(b_۴)} = ۲۳/۱۳$$

اگر $F_{۰/۱}(۱,۱۱) = ۳/۲۳$. آنگاه کدام متغیر باید اضافه شود؟

۱) $X_۱$

۲) $X_۲$

۳) $X_۳$

۴) $X_۴$

۱۰۸- مدل رگرسیونی خطی ساده $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ برای $i = 1,...,n$ را با فرض استقلال و هم توزیعی مؤلفه‌های خطا با میانگین صفر و واریانس σ^2 درنظر بگیرید که x_iها استاندارد شده‌اند. امید ریاضی مجموع توان دوم کل (SST) کدام است؟

۱) $(n-1)\sigma^2$

۲) $(n-2)\sigma^2 + \beta_1^2$

۳) $(n-1)(\sigma^2 + \beta_1^2)$

۴) $(n-2)\sigma^2$

۱۰۹- در مدل رگرسیونی $Y = \theta + \varepsilon$ که در آن $\varepsilon \sim N_4(0, \sigma^2 I_4)$ و $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 = 0$، آماره F برای آزمون $H_0 : \theta_1 = \theta_2$ کدام است؟

۱) $\frac{2(y_1 - y_2)^2}{(y_1 + y_2 + y_3 + y_4)^2}$

۲) $\frac{2(y_3 - y_4)^2}{(y_1 + y_2 + y_3 + y_4)^2}$

۳) $\frac{2(y_1 - y_2)^2}{(y_3 + y_4)^2}$

۴) $\frac{2(y_1 - y_2)^2}{(y_1 + y_2 - y_3 - y_4)^2}$

۱۱۰- مدل رگرسیونی $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i (i = 1,...,n)$ را در نظر بگیرید که در آن $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$. اگر $\hat{\sigma}^2$ و $\tilde{\sigma}^2$ به‌ترتیب برآوردگرهای ماکسیمم درستنمایی و کمترین توان‌های دوم خطا برای σ^2 باشند، آنگاه $E(\hat{\sigma}^2 \tilde{\sigma}^2)$ کدام است؟

۱) $\frac{\sigma^2}{2}$

۲) σ^4

۳) σ^8

۴) σ^2