



327F

کد کنترل

327

F

آزمون (نیمه‌متمرکز) ورود به دوره‌های دکتری - سال ۱۴۰۱

دفترچه شماره (۱)

صبح جمعه ۱۴۰۰/۱۲/۶



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

رشته مهندسی صنایع
(کد ۲۳۵۰)

جدول مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤال‌ها و زمان پاسخ‌گویی

زمان پاسخ‌گویی	تا شماره	از شماره	تعداد سؤال	مواد امتحانی
۱۵۰ دقیقه	۴۵	۱	۴۵	مجموعه دروس تخصصی: - تحقیق در عملیات (۲۱) - تئوری احتمالات و آمار مهندسی - طراحی سیستم‌های صنعتی

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

* متقاضی گرامی، وارد نکردن مشخصات و امضا در کادر زیر، به منزله غیبت و حضور نداشتن در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ‌نامه و دفترچه سؤال‌ها، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤال‌ها و پایین پاسخ‌نامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- بازی دو نفره مجموع صفری را در نظر بگیرید که در آن ماتریس عایدی بازیکن اول A دارای خاصیت $A^T = -A$ باشد. در این صورت:

- (۱) بازی دارای تعادل نش منحصر به فرد است.
- (۲) بازی دارای تعادل نش خالص نیست.
- (۳) در همه تعادل‌ها، عایدی هر دو بازیکن برابر است.
- (۴) در برخی تعادل‌ها، عایدی هر دو بازیکن غیرصفر است.

۲- مدل بهینه‌سازی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 - x_2 - 2x_3 + 3 \\ \text{s.t.} \quad & -3x_1 - x_2 + x_3 \leq 3 \\ & 2x_1 - 3x_2 \geq 4x_3 \\ & x_1 - x_2 = x_3 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \leq 0 \end{aligned}$$

که دوگان آن به شکل زیر داده شده است:

$$\begin{aligned} \min \quad & -3y_1 + 3 \\ \text{s.t.} \quad & 3y_1 + ay_2 - y_3 \geq 1 \\ & y_1 + 3y_2 + by_3 \leq -1 \\ & y_1 - 4y_2 + cy_3 = 2 \\ & y_1 \leq 0, y_2 \geq 0 \end{aligned}$$

مقدار $a+b+c$ کدام است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۱

۳- تابع زیر را در نظر بگیرید:

$$dx_1 + ex_2 + cx_2^2 + bx_1x_2 + \frac{a}{2}x_1^2$$

اگر $a \leq 0$ و $ac - b^2 \geq 0$ ، آن‌گاه این تابع

- (۱) محدب است.
- (۲) محدب اکید نیست.
- (۳) مقعر است.
- (۴) مقعر اکید نیست.

۴- مدل بهینه‌سازی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 - 5x_2 \\ \text{s.t.} \quad & -x_1 + x_2 \leq 5 \\ & x_1 + 4x_2 \leq 40 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 20 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

بیشترین نرخ بهبود در مقدار بهینه تابع هدف فعلی بدون تغییر پایه از طریق تنها یکی از مقادیر سمت راست برابر

است با:

$$\begin{aligned} & \frac{9}{5} \quad (2) \\ & \frac{19}{5} \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{4}{5} \quad (1) \\ & \frac{14}{5} \quad (3) \end{aligned}$$

۵- مدل بهینه‌سازی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ \text{s.t.} \quad & Ax \geq b, x \geq 0 \end{aligned}$$

که در آن

$$c = (16, 25)^T, b = (4, 5, 9)^T$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 1 & 5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

اگر B پایه متناظر با جواب بهینه این مدل از روش سیمپلکس باشد، مقدار $b^T B b$ کدام است؟

- (۱) ۴۷۰
- (۲) ۴۷۱
- (۳) ۴۷۲
- (۴) ۴۷۳

۶- تابع سود زیر را در نظر بگیرید:

$$\pi(p) = (p - W)Q(p), W \leq p \leq U$$

که در آن p متغیر تصمیم است که باید از قیمت تمام‌شده W بزرگتر و از سقف قیمت U کمتر باشد. تابع تقاضای Q(p) به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$Q(p) = ap^{-b}$$

که در آن a و b اعداد معلوم و مثبت هستند. به دنبال آن هستیم که p را به نحوی تعیین کنیم که سود بیشینه شود. کدام گزینه همواره درست است؟

- (۱) تابع سود نسبت به p مقعر است.
- (۲) تابع سود نسبت به p صعودی است.
- (۳) جواب بهینه در $\pi'(p) = 0$ صدق می‌کند، اگر b و U اعداد بزرگی باشند.
- (۴) اگر U به اندازه کافی بزرگ باشد، مقدار بهینه p دیگر برابر U نخواهد شد.

۷- جدول زیر اولین جدول براساس روش M بزرگ برای حل یک مدل بهینه‌سازی خطی با هدف $\max z = 3x_1 + x_2$ است:

	x_1	x_2	s_1	s_2	a_1	a_2	
a_1	۲	۱	-۱	۰	۱	۰	۴
a_2	۰	۱	۰	-۱	۰	۱	۲
$z_j - c_j$							

که در آن a_1 و a_2 متغیرهای مصنوعی و s_1 و s_2 متغیرهای مازاد هستند. در صورت ادامه این جدول براساس روش سیمپلکس در جدول نهایی مجموع مقادیر سطر $z_j - c_j$ چه عددی خواهد بود؟

(۱) $2M - 1$

(۲) $M + \frac{1}{2}$

(۳) $2M$

(۴) $M + \frac{3}{2}$

۸- یک خرده‌فروش قصد دارد یک قفسه ویتترین فروشگاه خود را به n خانواده از محصولات مختلف اختصاص دهد. مطابق شکل زیر قفسه مورد نظر از m بخش تشکیل شده است. فضای هر بخش را با C_j نمایش می‌دهیم. برای آراستگی، خرده‌فروش می‌خواهد چیدمان هر خانواده محصول در طول قفسه به صورت پیوسته باشد و دچار چندپارگی نشود و همچنین در صورتی که خانواده محصول i در دو بخش کناری یک بخش (حتی به صورت جزئی) قرار گرفته باشد کل فضای آن بخش میانی به خانواده محصول i اختصاص یابد. متغیر صفر و یک y_{ij} نشان‌دهنده تخصیص یا عدم تخصیص خانواده محصول i به بخش j است و متغیر نامنفی S_{ij} بیانگر مقدار فضای اختصاصی به خانواده محصول i در بخش j است. با لحاظ محدودیت ظرفیت $S_{ij} \leq C_j y_{ij}$ به ازای هر i و j کدام گزینه ارائه‌کننده محدودیت‌های تضمین‌کننده پیوستگی چیدمان است؟

بخش	بخش	...	بخش
۱	۲		m
قفسه فروشگاه			

$$S_{i,j+1} \leq C_{j+1}(y_{i,j} + y_{i,j+2} - 1) \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (1)$$

$$\forall j = 1, \dots, m - 2$$

$$S_{i,j_2} \leq C_{j_2}(y_{i,j_1} + y_{i,j_2} - 1) \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (2)$$

$$\forall j_1, j_2, j_3 \in \{1, \dots, m\} : j_1 < j_2 < j_3$$

$$S_{i,j+1} \geq C_{j+1}(y_{i,j} + y_{i,j+2} - 1) \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (3)$$

$$\forall j = 1, \dots, m - 2$$

$$S_{i,j_2} \geq C_{j_2}(y_{i,j_1} + y_{i,j_2} - 1) \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (4)$$

$$\forall j_1, j_2, j_3 \in \{1, \dots, m\} : j_1 < j_2 < j_3$$

۹- فرض کنید که دو نقطه $\bar{x} = (1, 1, 0, 0)$ و $\bar{x} = (0, 2, 5, 0)$ نقاط فرین مجاور از فضای جواب یک مدل برنامه‌ریزی

$$\text{خطی باشند، در آن صورت نقطه } \hat{x} = \left(\frac{3}{4}, \frac{5}{4}, \frac{5}{4}, 0 \right)$$

(۱) یک نقطه مرزی فضای جواب است. (۲) یک نقطه داخلی از فضای جواب است.

(۳) یک نقطه فرین دیگر از فضای جواب است. (۴) یک نقطه در خارج از فضای جواب است.

۱۰- در حل مدل زیر به روش برنامه‌ریزی پویای روبه‌عقب، چنانچه $f_1^*(S_1)$ و $f_2^*(S_2)$ به ترتیب مقادیر بهینه تابع هدف

به‌ازای متغیرهای حالت S_1 و S_2 باشند، آن‌گاه مجموع مقادیر $f_1^*(S_1)$ به‌ازای همه حالات ممکن S_1 در مرحله اول و

مجموع مقادیر $f_2^*(S_2)$ به‌ازای همه حالات ممکن S_2 در مرحله دوم به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

$$\begin{aligned} \min \quad & z = 5x_1 + 6x_2 \\ \text{s.t.} \quad & 2x_1 + 3x_2 \geq 10 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \quad \text{عدد صحیح و} \end{aligned}$$

(۱) ۷۲، ۲۲ (۲) ۶۰، ۲۳ (۳) ۷۲، ۲۳ (۴) ۶۰، ۲۲

۱۱- در صورتی که $A_{n \times n}$ یک ماتریس معین مثبت باشد، چه تعداد گزاره‌های زیر درست است؟

- برای هر $C_{n \times m}$ دلخواه، ماتریس $C^T A C$ نیمه معین مثبت است.

- ماتریس $A^T + A$ معکوس‌پذیر است.

- اگر A معکوس‌پذیر باشد، ماتریس A^{-1} نیمه معین مثبت است.

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۱۲- خطی‌سازی مدل زیر:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ \text{s.t.} \quad & 0 \leq x \leq 3 \end{aligned}$$

که در آن:

$$f(x) = \begin{cases} -x+1 & 0 \leq x < 1 \\ x+a & 1 \leq x < 2 \\ bx & 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

به شکل زیر است:

$$\begin{aligned} \min \quad & y_1 + y_2 + \frac{3}{2}y_3 \\ & y_1 \leq z_1, y_2 \leq z_1 + z_2, y_3 \leq z_2 + z_3, y_4 \leq z_3 \\ & z_1 + z_2 + z_3 = 1 \\ & y_1, y_2, y_3, y_4 \geq 0, z_1, z_2, z_3 \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

$a + b$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۱۳- در حل مدل زیر که در آن تنها به یکی از دو محدودیت ۱ و ۲ احتیاج است با استفاده از روش بالاس، بهترین کران بالا و پایین به دست آمده پس از حداکثر یکبار شاخه‌زنی بر روی گره ریشه کدام است؟

$$\begin{aligned} \max \quad & z = x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 3 \\ \text{s.t.} \quad & 20x_1 + 15x_2 - x_3 \leq 10 \quad (1) \\ & \text{یا} \\ & 12x_1 - 3x_2 + 4x_3 \leq 20 \quad (2) \\ & x_1, x_2, x_3 \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

$$lb = 0, ub = +\infty \quad (2)$$

$$lb = 0, ub = 1 \quad (1)$$

$$lb = -\infty, ub = 0 \quad (4)$$

$$lb = 0, ub = 0 \quad (3)$$

۱۴- مدل بهینه‌سازی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{x_1 + 2x_2 + 1}{2x_1 + 5x_2 + 2} \\ \text{s.t.} \quad & x \in S_1 \cup S_2 \cup S_3 \end{aligned}$$

که در آن

$$S_1 = \{x_1, x_2 \geq 0: x_2 \leq 2, x_1 + x_2 \leq 3\}$$

$$S_2 = \{x_1, x_2 \geq 0: -x_1 + 2x_2 \leq 1, 2x_1 - x_2 \leq 4\}$$

$$S_3 = \{x_1, x_2 \geq 0: x_1 \leq 4, 3x_2 \leq 2\}$$

کدام گزینه درست است؟

(۱) فضای جواب مدل محدب است.

(۲) فضای جواب بی‌کران است.

(۳) مدل قابل تبدیل به برنامه‌ریزی خطی است.

(۴) مدل قابل تبدیل به برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح است.

۱۵- در ارتباط با حل دستگاه معادلات خطی $A_{n \times n} x = b$ چه تعداد از گزاره‌های زیر درست هستند؟ (rank بیانگر رتبه ماتریس است).

- اگر $\text{rank}(A) \leq \text{rank}(A, b)$ دستگاه جواب ندارد.

- اگر $\text{rank}(A, b) = n$ دستگاه نگاه دستگاه جواب دارد.

- اگر $\text{rank}(A) = \text{rank}(A, b)$ دستگاه نگاه دستگاه جواب منحصر به فرد دارد.

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۱۶- یک کلاس شامل ۳ فارغ‌التحصیل و ۹ دانشجو است که به‌طور تصادفی به ۳ گروه ۴ نفری تقسیم می‌شوند. احتمال اینکه هر گروه شامل یک فارغ‌التحصیل باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{15}{55}$
 (۲) $\frac{16}{55}$
 (۳) $\frac{17}{55}$
 (۴) $\frac{19}{55}$

۱۷- در ظرف A، ۵ مهره قرمز و ۵ مهره سیاه و در ظرف B، ۴ مهره قرمز و ۸ مهره سیاه و در ظرف C، ۳ مهره قرمز و ۶ مهره سیاه وجود دارد. یک مهره از ظرف A خارج می‌کنیم و آن را در ظرف B قرار می‌دهیم و سپس یک مهره از ظرف B خارج می‌کنیم و در ظرف C قرار می‌دهیم. حال اگر یک مهره از ظرف C خارج کنیم، احتمال قرمز بودن آن کدام است؟

- (۱) $\frac{14}{55}$
 (۲) $\frac{28}{55}$
 (۳) $\frac{33}{55}$
 (۴) $\frac{66}{55}$

۱۸- اگر متغیرهای تصادفی X و Y از یکدیگر مستقل بوده و به ترتیب دارای میانگین‌های ۲ و ۳، و واریانس‌های ۴ و ۵ باشند، امید ریاضی $(X+Y)(X-Y)$ کدام است؟

- (۱) -۶
 (۲) -۲
 (۳) ۲
 (۴) ۶

۱۹- متغیرهای تصادفی X و Y به‌طور یکنواخت روی دایره‌ای به شعاع ۱ توزیع شده‌اند. به‌طوری‌که

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} & \text{چنانچه } x \text{ و } y \text{ داخل یا روی دایره قرار گیرند;} \\ 0 & \text{در غیر این صورت;} \end{cases}$$

تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی $T = \sqrt{X^2 + Y^2}$ ، کدام است؟

- (۱) $f(t) = t$ $0 < t < 1$
 (۲) $f(t) = t+1$ $0 < t < 1$
 (۳) $f(t) = t^2$ $0 < t < 1$
 (۴) $f(t) = 2t$ $0 < t < 1$

۲۰- در یک کارخانه مونتاژ جعبه‌دنده اتومبیل، باید چرخ‌دنده‌ای به قطر داخلی D_1 و به میانگین $1/5$ و انحراف معیار $0/004$ بر روی محوری با قطر خارجی D_2 و به میانگین $1/49$ و انحراف معیار $0/003$ مونتاژ شود. چنانچه چرخ‌دنده و محوری به‌طور تصادفی انتخاب شوند، احتمال آنکه به هم مونتاژ شوند چقدر است؟ (قطر داخلی چرخ‌دنده‌ها و قطر خارجی محورها از توزیع تقریبی نرمال پیروی می‌کنند).

- (۱) $0/90$
 (۲) $0/92$
 (۳) $0/95$
 (۴) $0/98$

۲۱- متغیر تصادفی X دارای توزیع یکنواخت $U(0, \theta)$ است. چنانچه براساس نمونه‌ای تصادفی و IID به اندازه n ، آماره ترتیبی m این نمونه تصادفی که به Y نشان داده می‌شود، به‌عنوان برآوردکننده نقطه‌ای پارامتر θ معرفی شود، تابع چگالی احتمال (pdf) متغیر تصادفی Y کدام است؟

$$(1) \frac{1}{\theta^n} y^n$$

$$(2) \frac{1}{\theta^n} y^{n-1}$$

$$(3) \frac{n}{\theta^n} y^{n-1}$$

$$(4) \frac{n}{\theta^n} y^n$$

۲۲- عمر نوعی وسیله برقی به ساعت از توزیع نمایی به میانگین ۱۱ پیروی می‌نماید. چنانچه شرکتی ۴ عدد از این نوع وسیله برقی داشته باشد، احتمال آنکه حداقل یکی از آنها قبل از نصف عمر متوسط خود خراب شود، چقدر است؟

$$(1) e^{-2}$$

$$(2) \frac{1}{e^2}$$

$$(3) 1 - e^{-2}$$

$$(4) 1 - e^{-2}$$

۲۳- یک آسانسور طوری طراحی شده است که حد ظرفیت بار آن ۳۵۰ کیلوگرم باشد. اگر وزن همه افرادی که از این آسانسور استفاده می‌کنند دارای توزیع نرمال به میانگین ۷۵ کیلوگرم و انحراف معیار ۱۰ کیلوگرم باشد، احتمال آنکه وزن یک گروه ۷ نفری داخل این آسانسور از حد ظرفیت آسانسور تجاوز کند، تقریباً چقدر است؟

$$(1) 1$$

$$(2) 0/8$$

$$(3) 0/5$$

$$(4) \text{صفر}$$

۲۴- چنانچه متغیر تصادفی X دارای توزیع نمایی به پارامتر ۲ و متغیر تصادفی Y دارای توزیع نرمال استاندارد باشند، (متغیرهای تصادفی Y, X مستقل هستند). واریانس متغیر تصادفی $U = \frac{Y}{\sqrt{X}}$ ، کدام است؟

$$(1) \frac{1}{3}$$

$$(2) \frac{1}{2}$$

$$(3) \frac{2}{3}$$

(4) واریانس آن تعریف شده نیست.

۲۵- متغیر تصادفی گسسته X دارای تابع جرم احتمال زیر است:

x	۰	۱	۲	۳	$0 \leq \theta \leq 1$
$P(X=x)$	$\frac{2\theta}{3}$	$\frac{\theta}{3}$	$\frac{2(1-\theta)}{3}$	$\frac{1-\theta}{3}$	

چنانچه θ مشاهده به صورت ۰، ۱، ۲، ۳، ۱، ۲، ۱، ۳، ۰، ۲، ۱، ۳ و ۰ در اختیار باشد، برآورد حداکثر درست‌نمایی پارامتر θ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$
 (۲) $\frac{1}{2}$
 (۳) $\frac{1}{3}$
 (۴) $\frac{2}{3}$

۲۶- فرض کنید X_1 و X_2 یک نمونه تصادفی از توزیع $N(\mu, 4)$ باشد. برای آزمون $H_0: \mu = 0$ در مقابل $H_1: \mu \neq 0$ فرض H_0 رد می‌شود. اگر $|\sqrt{2}\bar{X}| > 2$ باشد، احتمال ارتکاب خطای نوع اول کدام است؟

- (۱) ۰/۱۵۸۷
 (۲) ۰/۳۱۷۴
 (۳) ۰/۶۸۲۶
 (۴) ۰/۸۴۱۳

۲۷- داده‌های $i = 1, \dots, 10$ از توزیع نرمال دو متغیره با بردار میانگین $\mu = (\mu_1, \mu_2)$ و ماتریس واریانس کوواریانس قطری نامعلوم Σ به دست آمده‌اند. می‌خواهیم فرض $H_0: \mu_1 - 3\mu_2 = 1$ را آزمون کنیم. کدام توزیع برای آماره آزمون این فرض مناسب‌تر است؟

- (۱) t با ۱۸ درجه آزادی
 (۲) χ^2 با ۱۸ درجه آزادی
 (۳) t با ۹ درجه آزادی
 (۴) نرمال استاندارد

۲۸- در بررسی وابستگی خطی متغیر Y به متغیر X و براساس نمونه‌ای تصادفی به اندازه ۱۶ مشخص گردید که $\hat{Y} = -0.95 + 0.9X$ ، چنانچه $SSR = 9SSE$ باشد، ضریب وابستگی متغیر Y به متغیر X برابر کدام است؟

- (۱) ۰/۹۵
 (۲) ۰/۹۰
 (۳) -۰/۹۰
 (۴) -۰/۹۵

۲۹- ادعا می‌شود که با افزودن مقداری از نوعی افزودنی به ماده‌ای برای شستشو، قدرت پاک‌کنندگی آن بیشتر می‌شود. چهار مقدار مشخص از این نوع افزودنی به ماده شستشو اضافه می‌شود و در هر بار نمونه‌های n تائی مورد بررسی و ارزیابی قرار می‌گیرند. چنانچه فرض غیرمؤثر بودن این نوع افزودنی بر میانگین قدرت پاک‌کننده ماده شستشو در سطح معنی‌دار بودن $\alpha = 0.06$ رد شود، براساس رویکرد بانفرونی (Bonferroni) در مقایسه میانگین‌های قدرت پاک‌کنندگی با توجه به مقدار افزودنی، آزمون t در چه سطح معنی‌دار بودن باید انجام شود؟

(۱) ۰/۰۶

(۲) ۰/۰۳

(۳) ۰/۰۱۵

(۴) ۰/۰۱

۳۰- اطلاعات زیر خلاصه داده‌های مربوط به میزان محصول تولیدی سه ماشین صنعتی است. با فرض نرمال بودن داده‌ها و همگن بودن واریانس‌ها، مقدار آماره آزمون برای مقایسه میانگین تولیدی این سه ماشین کدام است؟

(۱) ۱/۳۶

(۲) ۱/۰۰

(۳) ۱۲/۲۱

(۴) ۷۰/۵۱

	۱	۲	۳
اندازه نمونه‌ها	۱۰	۱۰	۱۰
میانگین نمونه‌ها	۴۸	۵۰	۵۵
واریانس نمونه‌ها	۱۰ ۲/۷	۱۲۶/۲	۱۵۸/۹

۳۱- یک مسئله مکان‌یابی تک تسهیلاتی با فاصله متعامد، دارای ۲ تسهیل موجود A و B است. اگر وزن تسهیل A نصف وزن تسهیل B باشد، کدام گزینه درست است؟

(۱) خطوط تراز به شکل لوزی است.

(۲) خطوط هم‌تراز به تسهیل B نزدیک‌تر است.

(۳) خطوط هم‌تراز به تسهیل A نزدیک‌تر است.

(۴) خطوط تراز به صورت یک چند ضلعی متقارن است.

۳۲- در مسئله پوشش کامل، محدودیت به کدام صورت زیر است و چه مفهومی را بیان می‌کند؟

(۱) $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = 1 \quad \forall i$ ، محدودیت مسئله تعیین می‌کند که هر مشتری فقط از یک سایت خدمت بگیرد.

(۲) $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq 1 \quad \forall i$ ، محدودیت مسئله تعیین می‌کند که هر مشتری حداکثر از یک سایت خدمت بگیرد.

(۳) $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \geq 1 \quad \forall i$ ، محدودیت مسئله تعیین می‌کند که هر مشتری حداقل از یک سایت خدمت بگیرد.

(۴) هیچ کدام

۳۳- فرض کنید می‌خواهیم چند مرکز امداد را برای پوشش تقاضا در شهر تهران مکان‌یابی کنیم. با توجه به این فرض، تابع هدف مدل چه مفهومی را بیان می‌کند؟

(۱) حداقل کردن مجموع فواصل

(۲) حداقل کردن فاصله بیشینه

(۳) حداقل کردن میانگین فواصل

(۴) حداقل کردن نسبت فاصله بیشینه به مجموع فواصل

۳۴- در مسئله مکان‌یابی با فاصله متعامد که دارای ۱۰ تسهیل موجود و ۳ تسهیل جدید است، مدل دوگان مسئله برنامه‌ریزی خطی مسئله دارای چند محدودیت به‌صورت تساوی است؟

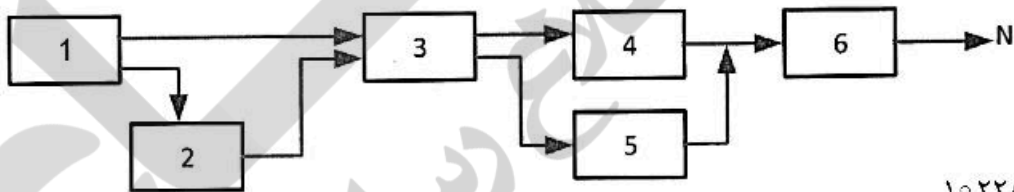
- (۱) ۳
- (۲) ۱۰
- (۳) ۱۳
- (۴) ۳۲

۳۵- با توجه به ویژگی‌های روش **Steepest Descent** برای حل مسئله تخصیص مضاعف، در چه صورت دو تسهیل جایشان با هم عوض می‌شود؟

- (۱) با جابه‌جایی دو تسهیل کاهش هزینه در آن مرحله داشته باشیم.
- (۲) موقعیت دو تسهیل مجاور هم باشد و کاهش هزینه در آن مرحله داشته باشیم.
- (۳) با جابه‌جایی دو تسهیل بیشترین کاهش هزینه را در آن مرحله داشته باشیم.
- (۴) موقعیت دو تسهیل مجاور هم باشد و بیشترین کاهش هزینه را در آن مرحله داشته باشیم.

۳۶- خط تولید ترکیبی زیر شامل ۶ دستگاه است که درصد تولیدات معیوب هر دستگاه در جدول زیر داده شده است. اگر میزان قطعات ورودی به خط ۲۰۰۰۰ واحد باشد، میزان خروجی سالم از خط (N) کدام گزینه است؟

ایستگاه	۱	۲	۳	۴	۵	۶
درصد تولیدات معیوب	۲۰	۳۰	۲۰	۳۰	۴۰	۲۰

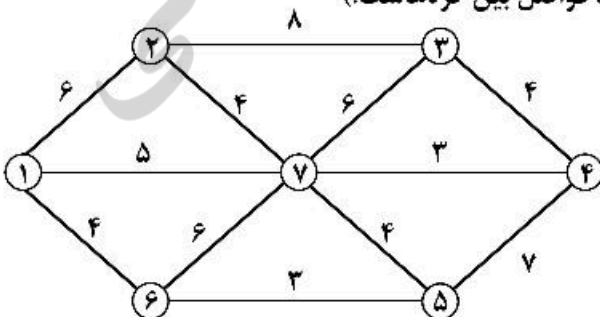


- (۱) ۱۰۲۲۸
- (۲) ۱۰۳۳۸
- (۳) ۱۱۲۲۸
- (۴) ۱۱۳۳۸

۳۷- در یک مسئله مرکز ثقل، دو تسهیل موجود واقع در نقاط $A(۳,۴)$ و $B(۶,۵)$ و یک تسهیل جدید واقع در نقطه $C(۲,۵)$ وجود دارند. اگر میزان گردش مواد بین تسهیل واقع در A و تسهیل جدید دو برابر میزان گردش مواد بین تسهیل واقع در نقطه B و تسهیل جدید باشد، مقدار هزینه کل جابه‌جایی بین تسهیل جدید و هر یک از تسهیلات موجود کدام است؟

- (۱) ۳
- (۲) $\frac{۲۰}{۳}$
- (۳) $\frac{۴+۲\sqrt{۲}}{۳}$
- (۴) $\frac{۸}{۳}$

- ۳۸- روش‌های ابتکاری برای حل مسئله تخصیص، جواب بهینه را و می‌توانند جواب
 (۱) می‌دهند - مناسبی باشند.
 (۲) نمی‌دهند - مناسب و نزدیک بهینه بدهند.
 (۳) نمی‌دهند - اولیه قابل قبولی باشند.
 (۴) می‌دهند - نسبتاً خوب و مورد قبول باشند.
- ۳۹- در مسئله مکان‌یابی تک تسهیلاتی با فاصله اقلیدسی، سه تسهیل موجود با وزن‌های برابر رئوس مثلث متساوی‌الساقین ABC است که در آن هر یک از زوایای B و C برابر ۳۰ درجه هستند. اگر محل تلاقی نیمسازهای زوایای داخلی مثلث نقطه D واقع در درون مثلث باشد، مکان بهینه تسهیل جدید کدام نقطه است؟
 (۱) D (۲) C (۳) B (۴) A
- ۴۰- موقعیت بهینه یک باشگاه ورزشی در یک شهرک (۸, ۱۰) تعیین شده است. اگر این شهرک شامل ۴ بخش A, B, C و D به ترتیب با موقعیت‌های (۱۰, ۹)، (۷, ۱۰)، (۱۲, ۱۷)، (۸, ۷) باشد و تعداد ساکنین بخش‌های A, C و D به ترتیب ۲۰۰، ۲۵۰ و ۳۰۰ نفر باشد، حداقل و حداکثر تعداد ساکنین شهرک B به ترتیب کدام است؟
 (۱) ۱۳۰۰ - ۱۸۰۰
 (۲) ۱۲۰۰ - ۱۷۰۰
 (۳) ۱۱۰۰ - ۱۶۰۰
 (۴) ۱۰۰۰ - ۱۵۰۰
- ۴۱- اگر بخواهیم ۵ ماشین را در بین m ماشین در فضای پیوسته، مکان‌یابی کنیم، تعداد محدودیت‌های مسئله کدام گزینه است؟
 (۱) $10 + 20m$
 (۲) $10 + 10m$
 (۳) $20 + 20m$
 (۴) $20 + 10m$
- ۴۲- اگر نقاط $A(1, 3)$ ، $B(5, 2)$ ، $C(2, 2)$ و $D(3, 5)$ مکان ۴ تسهیل موجود با وزن‌های برابر باشند، مکان بهینه تسهیل جدید در مسئله اقلیدسی کدام است؟
 (۱) $(\frac{5}{7}, \frac{2}{7})$
 (۲) $(\frac{29}{13}, \frac{35}{13})$
 (۳) (۵, ۲)
 (۴) (۱۱, ۵)
- ۴۳- با توجه به شبکه زیر، کدام گزینه جواب بهتری برای مسئله پوشش مجموعه (Set covering) است؟ (شرط پوشش حداکثر ۵ واحد فاصله است. اعداد روی یال‌ها نشان‌دهنده فواصل بین گره‌هاست.)
 (۱) ۲ گره پوشاننده در ۴ و ۷
 (۲) ۲ گره پوشاننده در ۱ و ۵
 (۳) ۳ گره پوشاننده در ۱ و ۴ و ۷
 (۴) ۳ گره پوشاننده در ۴ و ۵ و ۶



۴۴- فضای مورد نیاز انبارش تصادفی ۳ محصول دارای توزیع پواسون مستقل به ترتیب با میانگین‌های ۲۰ و ۳۰ و ۵۰ با استفاده از تقریب پواسون با توزیع نرمال و احتمال مواجهه با کمبود حداکثر معادل ۵٪ ($Z_{0.05} = 1.645$)، کدام است؟

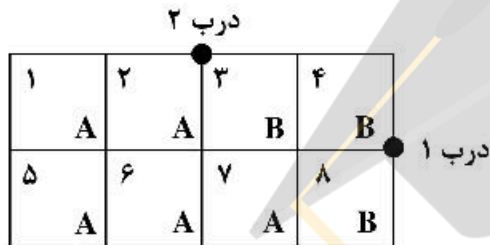
(۱) ۱۱۷

(۲) ۱۱۴

(۳) ۱۱۰

(۴) ۹۵

۴۵- زمان انتقال واحد بار از درب‌های ورود، ۱ و ۲ تا مرکز هر خانه انبار با فرض وجود ۸ خانه انبار و مساوی بودن احتمال انتخاب درب‌ها کدام است؟ ابعاد هر خانه انبار ۱×۱ بوده و فعالیت و تعداد خانه مورد نیاز هر محصول A و B داده شده است. (ضمناً نحوه تخصیص دو محصول یاد شده مطابق شکل است. زمان هر واحد جابه‌جایی یک ثانیه، فعالیت محصول A و B به ترتیب ۱۰۰ و ۶۰ فضای مورد نیاز آن‌ها ۵ و ۳ است.)



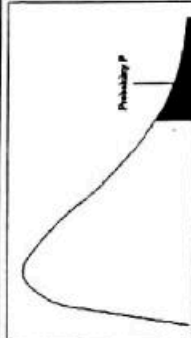
(۱) ۲۸۰

(۲) ۳۰۰

(۳) ۳۲۰

(۴) ۳۶۰

سطح زیر منحنی نرمال استاندارد		مقادیر بحرانی توزیع مربع کای																			
z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	df	.995	.990	.975	.950	.900	.800	.700	.600	.500	
0.0	5000	5040	5080	5120	5160	5199	5239	5279	5319	5359	1	4E-5	0.0001	0.0009	0.0039	0.0099	0.0201	0.0358	0.0540	0.0745	0.1003
0.1	5398	5438	5478	5517	5557	5596	5636	5675	5714	5753	2	0.010	0.0201	0.0506	0.1025	0.1676	0.2420	0.3243	0.4115	0.5015	0.5924
0.2	5793	5832	5871	5910	5948	5987	6026	6064	6103	6141	3	0.071	0.1148	0.2158	0.3518	0.5198	0.7264	0.9608	1.2228	1.5105	1.8228
0.3	6179	6217	6255	6293	6331	6368	6406	6443	6480	6517	4	0.206	0.2971	0.4844	0.7107	1.0454	1.4885	2.0490	2.7292	3.5274	4.4439
0.4	6554	6591	6628	6664	6700	6736	6772	6808	6844	6879	5	0.411	0.5543	0.8373	1.1454	1.5885	2.1690	2.8992	3.7794	4.8096	5.9898
0.5	6915	6950	6985	7019	7054	7088	7123	7157	7190	7224	6	0.675	0.8720	1.2373	1.6353	2.0784	2.5675	3.1027	3.6841	4.3117	5.0859
0.6	7257	7291	7324	7357	7389	7422	7454	7486	7517	7549	7	0.989	1.2390	1.6898	2.1673	2.6726	3.2161	3.8075	4.4479	5.1383	5.8797
0.7	7580	7611	7642	7673	7704	7734	7764	7794	7823	7852	8	1.344	1.6465	2.1197	2.6326	3.1861	3.7803	4.4167	5.0954	5.8176	6.5834
0.8	7881	7910	7939	7967	7995	8023	8051	8078	8106	8133	9	1.734	2.0879	2.7003	3.2521	3.8446	4.4789	5.1551	5.8734	6.6348	7.4392
0.9	8181	8208	8234	8260	8286	8311	8336	8361	8386	8411	10	2.155	2.5582	3.2469	3.9403	4.6496	5.3759	6.1292	6.9105	7.7200	8.5588
1.0	8413	8438	8461	8485	8508	8531	8554	8577	8599	8621	11	2.603	3.0534	3.8157	4.5748	5.4417	6.3175	7.2024	8.0965	8.9999	9.9228
1.1	8643	8665	8686	8708	8729	8749	8770	8790	8810	8830	12	3.073	3.5705	4.4017	5.2260	6.1544	7.0861	8.0214	8.9605	9.9036	10.8608
1.2	8849	8869	8888	8907	8925	8944	8962	8980	8997	9015	13	3.565	4.1069	5.0087	5.8918	6.8671	7.8456	8.8275	9.8129	10.8018	11.7943
1.3	9032	9049	9066	9082	9099	9115	9131	9147	9162	9177	14	4.074	4.6604	5.6287	6.5706	7.5961	8.6151	9.6376	10.6637	11.6934	12.7268
1.4	9192	9207	9222	9236	9251	9265	9279	9292	9306	9319	15	4.600	5.2293	6.2621	7.2609	8.3366	9.4003	10.4621	11.5221	12.5804	13.6371
1.5	9332	9345	9357	9370	9382	9394	9406	9418	9429	9441	16	5.142	5.8122	6.9076	7.9616	9.0846	10.2669	11.4488	12.6304	13.8115	14.9921
1.6	9452	9463	9474	9484	9495	9505	9515	9525	9535	9545	17	5.697	6.4077	7.5387	8.6717	9.8167	10.9739	12.1434	13.3154	14.4899	15.6669
1.7	9554	9564	9573	9582	9591	9599	9608	9616	9625	9633	18	6.264	7.0149	8.2307	9.3904	10.5641	11.7519	12.9438	14.1399	15.3399	16.5431
1.8	9641	9649	9656	9664	9671	9678	9686	9693	9699	9706	19	6.841	7.6327	8.9065	10.1177	11.3574	12.6154	13.8818	15.1567	16.4399	17.7214
1.9	9713	9719	9726	9732	9738	9744	9750	9756	9761	9767	20	7.433	8.2604	9.5907	10.8550	12.1431	13.4451	14.7609	16.0806	17.4041	18.7306
2.0	9772	9778	9783	9788	9793	9798	9803	9808	9812	9817	21	8.033	8.8972	10.282	11.591	12.9241	14.2809	15.6506	17.0334	18.4197	19.8097
2.1	9821	9826	9830	9834	9838	9842	9846	9850	9854	9857	22	8.642	9.5424	10.982	12.338	13.7214	15.1224	16.5414	17.9684	19.4034	20.8464
2.2	9821	9826	9830	9834	9838	9842	9846	9850	9854	9857	23	9.260	10.195	11.688	13.090	14.5114	15.9514	17.4094	18.8854	20.3694	21.8614
2.3	9893	9896	9898	9901	9904	9906	9909	9911	9913	9916	24	9.886	10.856	12.401	13.848	15.3164	16.8034	18.3084	19.8314	21.3624	22.9014
2.4	9918	9920	9922	9925	9927	9929	9931	9932	9934	9936	25	10.52	11.523	13.119	14.611	16.1194	17.6444	19.1854	20.7424	22.3054	23.8744
2.5	9938	9940	9941	9943	9945	9946	9948	9949	9951	9952	26	11.16	12.198	13.843	15.379	16.9364	18.5114	20.0934	21.6824	23.2774	24.8784
2.6	9953	9955	9956	9957	9959	9960	9961	9962	9963	9964	27	11.80	12.878	14.573	16.151	17.7494	19.3584	20.9784	22.6094	24.2514	25.9034
2.7	9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972	9973	9974	28	12.46	13.564	15.307	16.841	18.4864	20.1434	21.8114	23.4904	25.1804	26.8814
2.8	9974	9975	9976	9977	9977	9978	9979	9979	9980	9981	29	13.12	14.256	16.047	17.708	19.4864	21.2814	23.0934	24.9114	26.7454	28.5954
2.9	9981	9982	9982	9983	9984	9984	9985	9985	9986	9986	30	13.78	14.953	16.790	18.492	20.3764	22.2774	24.1944	26.1274	28.0764	29.9414
3.0	9987	9987	9988	9988	9989	9989	9989	9989	9990	9990											
3.1	9990	9991	9991	9992	9992	9992	9992	9992	9993	9993											
3.2	9993	9993	9994	9994	9994	9994	9994	9994	9995	9995											
3.3	9995	9995	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9997	9997											
3.4	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9998	9998											



مقادیر بحرانی توزیع مربع کای

مقادیر بحرانی توزیع t

سطح زیر منحنی نرمال استاندارد



